Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

Izračun kapacitivnosti voda in nadomestna shema voda

Seminarska naloga za predmet **Razdelilna in industrijska omrežja**

Poročilo izdelal: **SIMON SMREKAR**

Mentor: prof. dr. Grega Bizjak

Študijsko leto **2016/17**

Povzetek

V seminarski nalogi je predstavljen potek računanja kapacitivnosti za različne vrste vodov. Predstavljeni so tudi primeri različnih shem električnih vodov in kako se izračuna vhodne in izhodne veličine.

Ključne besede: kapacitivnost voda, nadomestna shema električnega voda

Kazalo

Uvod

Kapacitivnost je snovno-geometrijska lastnost prostora. Prostor predstavlja kondenzator, kapacitivnost pa je merilo za nabrano elektrino na prevodnih površinah pri določeni napetosti med prevodnima površinama. Povsod, kjer lahko določimo napetost med dvema prevodnima površinama in kjer obstaja električna povezava, imamo kondenzator.

Za določanje kapacitivnosti voda izhajamo iz prve Maxwellove enačbe oziroma Gaussovega zakona. Ta govori, da je električno polje izvorno. Pretok vektorja gostote električnega pretoka skozi sklenjeno ploskev je enak množini objete proste elektrine.

$$\oint_{\mathcal{A}} \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{a} = \int_{\mathcal{V}} \rho \cdot dv = Q$$

Kapacitivnost je faktor sorazmernosti med elektrino in njej ustrezno napetostjo med prevodnima površinama. Izračunamo jo z enačbo

$$C = \frac{Q}{U}$$

Enota za kapacitivnost je farad $[F = \frac{As}{V} = \frac{C}{V}]$. To je zelo velika enota, tako kot je velika enota za elektrino Coulomb in jo je praktično nemogoče doseči. Sfero s kapacitivnostjo 1F lahko izračunamo z naslednjimi enačbami:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q \cdot 4\pi\varepsilon_0 r}{Q} = 4\pi\varepsilon_0 r \approx \frac{r}{9 \cdot 10^9}$$

Vidimo, da bi moral biti polmer sfere enak $9 \cdot 10^9\ m$, da bi dobili kondenzator s kapacitivnostjo 1F. Za primerjavo lahko povemo, da je polmer Zemlje enak približno $6{,}4 \cdot 10^6\ m$ ali polmer Sonca $6{,}95 \cdot 10^8\ m$.

Primeri izračuna kapacitivnosti

Ravni vodnik brez upoštevanja zemlje

Zamislimo si ravni vodnik polmera r in dolžine l. Na tej dolžini površine A je porazdeljena elektrina $+Q'$ (As/m). Predpostavimo, da se nahaj povratni vodnik z nabojem $-Q'$ v neskončnosti. Lahko uporabimo Maxwellovo enačbo za izvornost električnega polja in dobimo

$$2\pi r l D_r = Q$$

$$D_r = \frac{Q'}{2\pi r}$$

Ker je povezava med vektorjema D in E samo z dielektričnostjo, lahko zapišemo

$$E_r = \frac{D_r}{\varepsilon} = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon r}$$

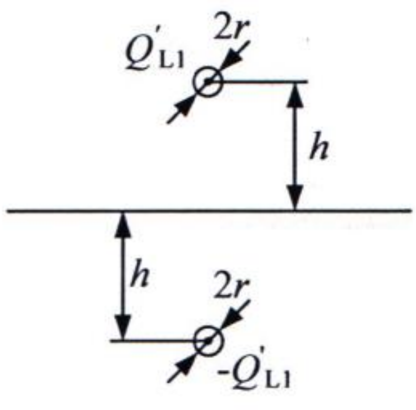
Sedaj izračunamo potencial na vodniku in iz tega dobimo kapacitivnost.

$$V(r) = \int_{T}^{T\infty} E_r \cdot dl = -\frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln r = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln(\frac{1}{r})$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(\frac{1}{r})}$$

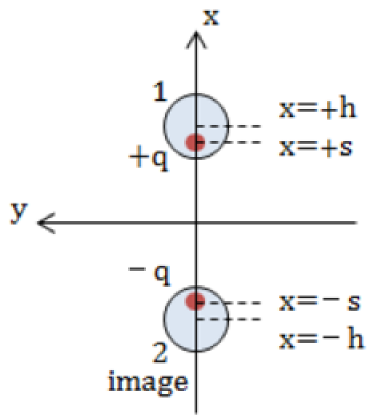
Ravni vodnik z upoštevanjem zemlje

Za izračun kapacitivnosti moramo upoštevati tudi vpliv zemlje. To naredimo s predpostavko, da zemlja z vodnikom tvori isto polje kot zrcalna slika vodnika z nasprotnim predznakom naboja, pri čemer zemljo odstranimo. Ekscentričnost upoštevamo takrat, ko imamo debele vodnike.



Slika 1: Vodnik in njegova zrcalna slika

V naslednjem primeru upoštevamo ekscentričnost vodnika, ker je debel in dovolj blizu zemlje.



Slika 2: Debel vodnik nad zemljo

Ponovno izhajamo iz Maxwellove enačbe za izvornost električnega polja oziroma Gaussovega zakona.

$$2\pi r l D_r = Q$$

$$D_r = \frac{Q'}{2\pi r}$$

Potencial na poljubni razdalji a od vodnika brez upoštevanja zrcalnega vodnika.

$$V(a) = V(vodnika) + \int_r^a -E_r \cdot dl = V(vodnika) - \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln(\frac{a}{r})$$

Splošna enačba za potencial v katerikoli točki. Upoštevamo tudi zrcalno sliko vodnika in ekscentričnost. Na osi y (x=0) je potencial enak 0.

$$V(x,y) = V(s,0) - \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{\sqrt{(x-s)^2+y^2}}{r}\right) + V(-s,0) - \frac{-Q'}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{\sqrt{(x+s)^2+y^2}}{r}\right)$$

$$= \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{\sqrt{(x+s)^2+y^2}}{\sqrt{(x-s)^2+y^2}}\right)$$

Sedaj določimo potenciala obeh vodnikov.

$$V(1) = V(h-r,0) = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{h}{r} + \sqrt{(\frac{h}{r})^2 - 1}\right)$$

$$V(2) = V(r-h,0) = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{h}{r} - \sqrt{(\frac{h}{r})^2 - 1}\right) = -V(1)$$

Kapacitivnost med faznim vodnikom in zemljo.

$$C = \frac{Q'}{V(1)} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{h}{r} + \sqrt{(\frac{h}{r})^2 - 1}\right)}$$

3 fazni sistem brez zaščitnega vodnika

V tem primeru imamo opravka s šestimi delnimi kapacitivnostmi. Razlikujemo tri medsebojne in tri dozemne kapacitivnosti. Dozemne kapacitivnosti modeliramo z zrcalnimi nasprotnimi naboji. Če predpostavimo, da je vod prepleten, so vse dozemne kapacitivnosti enake. Prav tako so v tem primeru enake medsebojne kapacitivnosti.

Zaradi boljše preglednosti napišemo enačbe samo za eno fazo. Če želimo dobiti enačbi za ostali fazi, samo zamenjamo številke nabojev in razdalj med njimi.

$$V_{L1} = -\frac{Q_{L1}}{2\pi\varepsilon_0} ln(r_{L1}) + \frac{Q_{L1}}{2\pi\varepsilon_0} ln(2h_{L1}) - \frac{Q_{L2}}{2\pi\varepsilon_0} ln(d_{L12}) + \frac{Q_{L2}}{2\pi\varepsilon_0} ln(d_{L12'}) - \frac{Q_{L3}}{2\pi\varepsilon_0} ln(d_{L13}) + \frac{Q_{L3}}{2\pi\varepsilon_0} ln(d_{L13'}) = \frac{Q_{L1}}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{2h_{L1}}{r_{L1}}) + \frac{Q_{L2}}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{d_{L12'}}{d_{L12}}) + \frac{Q_{L3}}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{d_{L12'}}{d_{L12}})$$

Sedaj lahko uvedemo potencialne koeficiente in jih zapišemo v matriko.

$$V_{L1} = P_{L11}Q_{L1} + P_{L12}Q_{L2} + P_{L13}Q_{L3}$$

$$\begin{bmatrix} V_{L1} \\ V_{L2} \\ V_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{L11} & P_{L12} & P_{L13} \\ P_{L21} & P_{L22} & P_{L23} \\ P_{L31} & P_{L32} & P_{L33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{L1} \\ Q_{L2} \\ Q_{L3} \end{bmatrix}$$

Če upoštevamo prepletanje vodnikov, imajo vsi diagonalni elementi matrike [P] enako vrednost. Imenujemo jih lastni potencialni koeficienti. Vsi ostali elementi imajo prav tako enake vrednosti in jih imenujemo medsebojni potencialni koeficienti. Tako nam ni treba računati vsakega elementa posebej, ampak imamo samo dve različni enačbi, s katerima lahko izračunamo celotno matriko potencialnih koeficientov.

$$[P] = \begin{bmatrix} P_l & P_m & P_m \\ P_m & P_l & P_m \\ P_m & P_m & P_l \end{bmatrix}$$

$$P_l = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{2h}{r})$$

$$P_m = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{d_{sr'}}{d_{sr}})$$

V enačbah za lastne in medsebojne potencialne koeficiente uporabimo srednje vrednosti razdalj med vodniki in zemljo. Tako dobimo najbolj možno točne rezultate.

$$h = \sqrt[3]{h_{L1}h_{L2}h_{L3}}$$

Višina h je v razpetini različna , zato običajno upoštevamo povprečno višino $h = H - 0{,}7f_{10°}$, kjer je H višina vpetja vodnika, $f_{10°}$ pa je poves vodnika pri temperaturi 10°C.

$$d_{sr} = \sqrt[3]{d_{L1}d_{L2}d_{L3}}$$

$$d_{sr'} = \sqrt[3]{d_{L1'}d_{L2'}d_{L3'}}$$

Sedaj izhajamo iz predpostavke, da poznamo napetosti in iščemo vrednosti elektrine. Tako dobimo kapacitivne koeficiente.

$$Q_{L1} = K_{L11}V_{L1} + K_{L12}V_{L2} + K_{L13}V_{L1}$$

$$\begin{bmatrix} Q_{L1} \\ Q_{L2} \\ Q_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_l & K_m & K_m \\ K_m & K_l & K_m \\ K_m & K_m & K_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{L1} \\ V_{L2} \\ V_{L3} \end{bmatrix}$$

Kapacitivne koeficiente lahko določimo tudi iz potencialnih koeficientov.

$$K_l = \frac{P_l + P_m}{(P_l + 2P_m)(P_l - P_m)}$$

$$K_m = \frac{-P_m}{(P_l + 2P_m)(P_l - P_m)}$$

Enačbo za elektrino lahko izrazimo še na drug način in tako dobimo delne kapacitivnosti.

$$Q_{L1} = C_{12}(V_{L1} - V_{L2}) + C_{13}(V_{L1} - V_{L3}) + C_{10}(V_{L1} - V_{L0})$$

$$V_{L0} = 0V$$

$$Q_{L1} = (C_{12} + C_{13} + C_{10})V_{L1} - C_{12}V_{L2} - C_{13}V_{L1}$$

$$\begin{bmatrix} Q_{L1} \\ Q_{L2} \\ Q_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{12} + C_{13} + C_{10} & -C_{12} & -C_{13} \\ -C_{12} & C_{12} + C_{23} + C_{20} & -C_{23} \\ -C_{13} & -C_{23} & C_{13} + C_{23} + C_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{L1} \\ V_{L2} \\ V_{L3} \end{bmatrix}$$

Če imamo prepletanje vrvi:

$$C_{10} = C_{20} = C_{30} = C_z$$

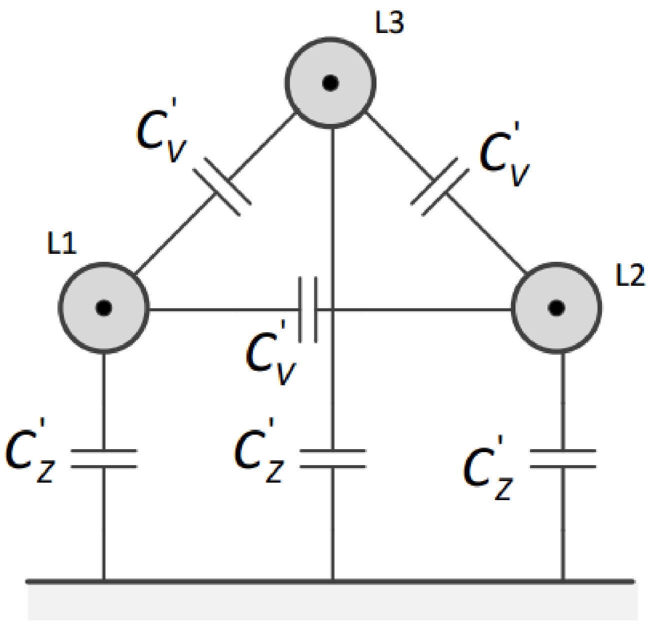
$$C_{12} = C_{13} = C_{23} = C_V$$

Veljajo naslednje povezave med kapacitivnostmi, kapacitivnimi koeficienti in potencialnimi koeficienti.

$$C_V = -K_m$$

$$C_V = \frac{P_m}{(P_l + 2P_m)(P_l - P_m)}$$

$$K_l = 2C_V + C_z$$



Slika 3: Delne kapacitivnosti pri enosistemskem vodu brez zaščitne vrvi

Dozemna ali nična kapacitivnost:

$$C_z = C_0 = \frac{1}{P_l + 2P_m}$$

Medsebojna kapacitivnost:

$$C_V = \frac{P_m}{(P_l + 2P_m)(P_l - P_m)} = C_z \frac{1}{P_l - P_m}$$

Če vstavimo v enačbo za nično kapacitivnost izraza za potencialne koeficiente, dobimo:

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln[\left(\frac{2h}{r}\right)(\frac{d_{sr'}}{d_{sr}})^2]} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln[\left(\frac{2h}{r}\right)(\left(\frac{2h}{d_{sr}}\right)^2 + 1)]}$$

Enako naredimo še z obratovalno oziroma direktno kapacitivnostjo C_1. To je kapacitivnost enega vodnika na enoto dolžine.

$$C_1 = C_2 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln[\frac{2h}{r}\frac{d_{sr}}{d_{sr'}}]}$$

Lahko zapišemo simetrične komponente s pomočjo kapacitivnosti, potencialnih koeficientov ali kapacitivnih koeficientov.

$$[Y_s] = [S][Y][T]$$

$$[Y_s] = j\omega \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

$$[Y_s] = j\omega \begin{bmatrix} \frac{1}{P_l + 2P_m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_l - P_m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{P_l - P_m} \end{bmatrix}$$

$$[Y_s] = j\omega \begin{bmatrix} K_l + 2K_m & 0 & 0 \\ 0 & K_l - K_m & 0 \\ 0 & 0 & K_l - K_m \end{bmatrix}$$

3 fazni sistem z zaščitnim vodnikom

Vpliv zaščitnega vodnika se pokaže samo na nični komponenti kapacitivnosti. Pozitivna in negativna komponenta ostaneta enaki. Z vsakim zaščitnim vodnikom se nam matrika poveča za eno stopnjo. Poglejmo si primer z enim zaščitnim vodnikom.

$$\begin{bmatrix} V_{L1} \\ V_{L2} \\ V_{L3} \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_l & P_m & P_m & P_x \\ P_m & P_l & P_m & P_x \\ P_m & P_m & P_l & P_x \\ P_x & P_x & P_x & P_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{L1} \\ Q_{L2} \\ Q_{L3} \\ Q_x \end{bmatrix}$$

Koeficienti P_x so potencialni koeficienti med faznimi vodniki in zaščitnim vodnikom, koeficient P_{xx} pa je potencialni koeficient zaščitnega vodnika.

$$P_l = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln(\frac{2h_x}{r_x})$$

$$P_m = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln(\frac{d_{srx\prime}}{d_{srx}})$$

Razdalja d_{srx} predstavlja povprečno razdaljo med faznimi vodniki in zaščitnim vodnikom. Razdalja $d_{srx\prime}$ pa predstavlja povprečno razdaljo med faznimi vodniki in zrcalno sliko zaščitnega vodnika.

$$d_{srx} = \sqrt[3]{d_{L1x} d_{L2x} d_{L3x}}$$

$$d_{srx\prime} = \sqrt[3]{d_{L1x\prime} d_{L2x\prime} d_{L3x\prime}}$$

Matriko potencialnih koeficientov lahko predstavimo s podmatrikami.

$$[P] = \begin{bmatrix} [P_{ij}] & [P_{in}] \\ [P_{nj}] & [P_{nn}] \end{bmatrix}$$

Podmatrika $[P_{ij}]$ predstavlja poencialne koeficiente faznih vodnikov, $[P_{in}]$ in $[P_{nj}]$ predstavljata potencialne koeficiente med faznimi in zaščitnimi vodniki, $[P_{nn}]$ pa predstavlja potencialne koeficiente zaščitnih vodnikov. Sedaj želimo matriko dimenzij $n \times n$ reducirati do dimenzije števila faznih vodnikov (Kronova redukcija).

$$[V_L] = [P_{ij}][Q_L] + [P_{in}][Q_x]$$

$$[V_x] = [P_{nj}][Q_L] + [P_{nn}][Q_x] = 0$$

$$[Q_x] = -[P_{nn}]^{-1}[P_{nj}][Q_L]$$

$$[V_L] = \left[[P_{ij}] - [P_{nn}]^{-1}[P_{nj}][Q_L]\right][Q_L]$$

$$\begin{bmatrix} V_{L1} \\ V_{L2} \\ V_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{lx} & P_{mx} & P_{mx} \\ P_{mx} & P_{lx} & P_{mx} \\ P_{mx} & P_{mx} & P_{lx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{L1} \\ Q_{L2} \\ Q_{L3} \end{bmatrix}$$

Izraza za lastni in medsebojni potencialni koeficient voda z zaščitnim vodnikom.

$$P_{lx} = P_l - \frac{P_x^2}{P_{xx}}$$

$$P_{mx} = P_m - \frac{P_x^2}{P_{xx}}$$

Iz tega lahko dobimo nično in direktno kapacitivnost.

$$C_0 = \frac{1}{P_{lx} + 2P_{mx}} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left[\left(\frac{2h}{r}\right)\left(\frac{d_{sr'}}{d_{sr}}\right)^2\right] - 3\frac{ln^2\left[\frac{d_{srx'}}{d_{srx}}\right]}{ln\left[\frac{2h_x}{r_x}\right]}}$$

$$C_1 = \frac{1}{P_{lx} - P_{mx}} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln[\frac{2h}{r}\frac{d_{sr}}{d_{sr'}}]}$$

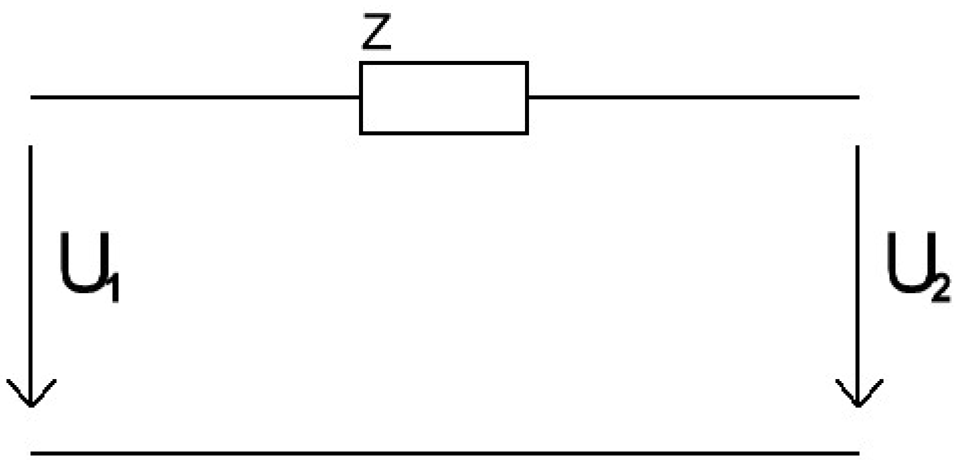
Nadomestne sheme voda

Model z vzdolžno impedanco

Za krajše vode lahko uporabimo model voda z vzdolžno impedanco, kjer popolnoma zanemarimo dozemne kapacitivnosti. Vod smatramo za kratek, če je dolg manj kot 80 km in v tem primeru ne naredimo večje napake z uporabo tega modela. Za določitev vhodnih in izhodnih veličin uporabimo teorijo četveropolov in verižno matriko $[\underline{A}]$.

$$\begin{bmatrix} \underline{U_1} \\ \underline{I_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U_2} \\ \underline{I_2} \end{bmatrix} = [\underline{A}] \begin{bmatrix} \underline{U_2} \\ \underline{I_2} \end{bmatrix}$$

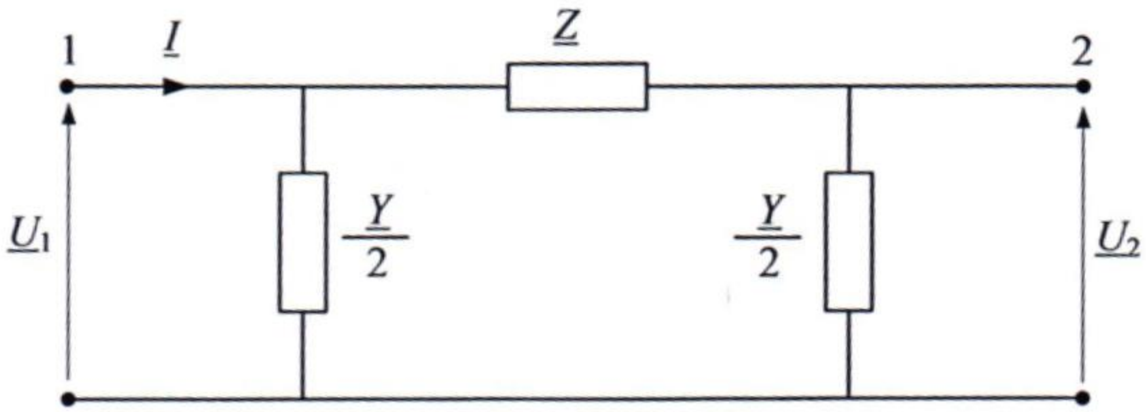
$$\begin{bmatrix} \underline{U_2} \\ \underline{I_2} \end{bmatrix} = [\underline{A}]^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U_1} \\ \underline{I_1} \end{bmatrix} = [\underline{B}] \begin{bmatrix} \underline{U_1} \\ \underline{I_1} \end{bmatrix}$$



Slika 4: Model voda z vdzolžno impedanco

Π in T model voda

Za vode med dolžinami približno 80 km in 240 km uporabljamo Π ali T model voda, ki jih sestavljajo koncentrirane imitance. V tem primeru ponazorimo tudi kapacitivnost vodov.



Slika 5: Π model voda

Vhodni enačbi za Π model zapišemo z naslednjima enačbama.

$$\underline{U_1} = \underline{U_2} + (\underline{U_2}\frac{\underline{Y}}{2} + \underline{I_2})\underline{Z}$$

$$\underline{I_1} = \underline{U_1}\frac{\underline{Y}}{2} + \underline{U_2}\frac{\underline{Y}}{2} + \underline{I_2}$$

Sedaj lahko določimo konstante verižne matrike $[\underline{A}]$ za Π vezje.

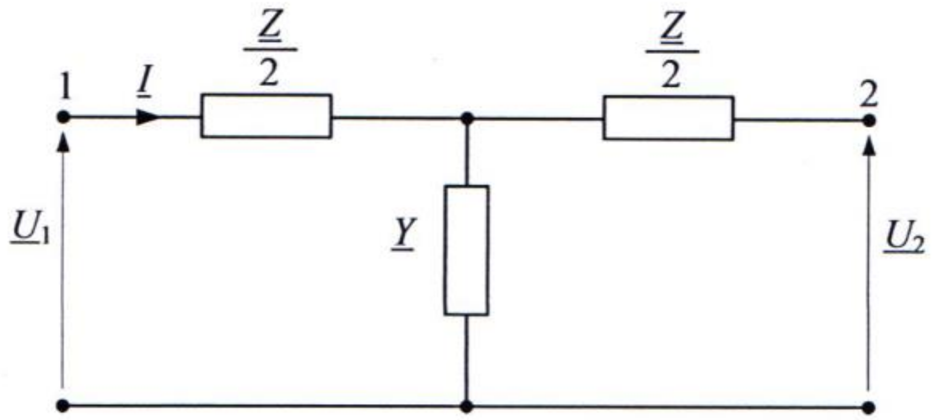
$$\underline{a} = 1 + \frac{\underline{ZY}}{2}$$

$$\underline{b} = \underline{Z}$$

$$\underline{c} = \underline{Y} + \frac{\underline{Y^2 Z}}{4}$$

$$\underline{d} = 1 + \frac{\underline{ZY}}{2}$$

Na enak način zapišemo enačbi in določimo konstante verižne matrike za T model voda.



Slika 6: T model voda

$$\underline{U_1} = \underline{I_1}\frac{\underline{Z}}{2} + \underline{U_2} + \underline{I_2}\frac{\underline{Z}}{2}$$

$$\underline{I_1} = \underline{I_2} + (\underline{U_2} + \underline{I_2}\frac{\underline{Z}}{2})\underline{Y}$$

$$\underline{a} = 1 + \frac{\underline{ZY}}{2}$$

$$\underline{b} = \underline{Z} + \frac{\underline{Z^2Y}}{4}$$

$$\underline{c} = \underline{Y}$$

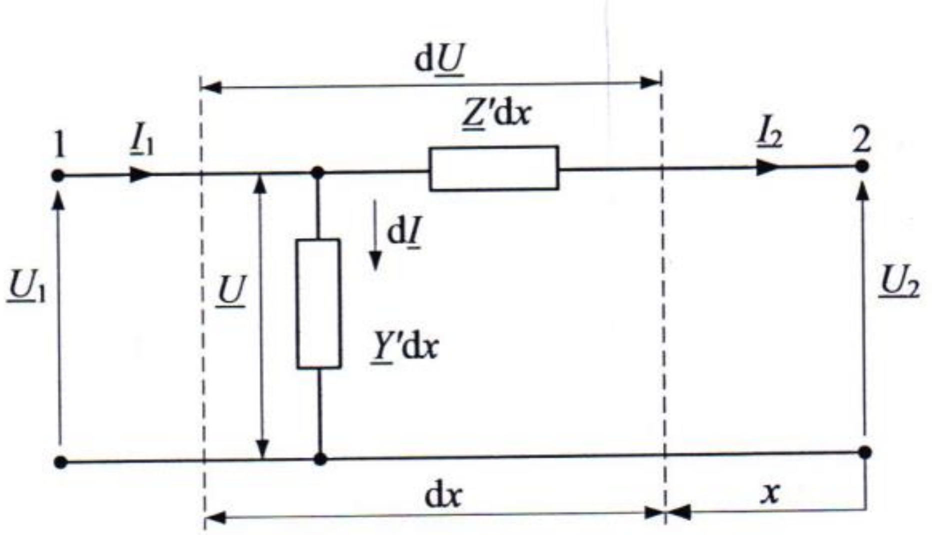
$$\underline{d} = 1 + \frac{\underline{ZY}}{2}$$

Vod lahko tudi razdelimo na več delov in za vsakega izračunamo verižno matriko. V tem primeru je skupna verižna matrika enaka produktu vsek delnih verižnih matrik.

$$\underline{A} = \underline{A_1A_2A_3} \cdots \underline{A_n}$$

Model s porazdeljenimi parametri – valovna enačba

V teoriji dolgih vodov (daljši od 240 km) in pri obravnavanju prehodnih pojavov zaradi natančnosti velikokrat uporabimo model s porazdeljenimi parametri. Predpostavimo, da lahko vod razdelimo na veliko število diferencialnih delcev dolžine dx in na koncu rešimo diferencialno enačbo, da dobimo napetost in tok.



Slika 7: Model voda s porazdeljenimi parametri

$$\underline{U}(x + \Delta x) = \underline{Z}'\Delta x \cdot \underline{I}(x) + \underline{U}(x)$$

$$\underline{U}(x+\Delta x)-\underline{U}(x)=\underline{Z}'\Delta x\cdot\underline{I}(x)$$

$$\frac{\underline{U}(x+\Delta x)-\underline{U}(x)}{\Delta x}=\underline{Z}'\cdot\underline{I}(x)$$

Ko pošljemo diferenčnemu kvocientu limito $lim\Delta x\rightarrow 0$, dobimo odvod funkcije napetosti.

$$\frac{d\underline{U}}{dx}=\underline{Z}'\Delta x\cdot\underline{I}(x)$$

Enako naredimo še s tokom.

$$\underline{I}(x+\Delta x)=\underline{I}(x)+\underline{Y}'\Delta x\cdot\underline{U}(x+\Delta x)$$

$$\underline{I}(x+\Delta x)-\underline{I}(x)=\underline{Y}'\Delta x\cdot\underline{U}(x+\Delta x)$$

$$\frac{\underline{I}(x+\Delta x)-\underline{I}(x)}{\Delta x}=\underline{Y}'\cdot\underline{U}(x+\Delta x)$$

$$\frac{d\underline{I}}{dx}=\underline{Y}'\cdot\underline{U}(x)$$

Obe dobljeni diferencialni enačbi odvajamo in nato vstavimo eno v drugo.

$$\frac{d^2\underline{U}}{dx^2}=\underline{Z}'\underline{Y}'\underline{U}$$

$$\frac{d^2\underline{I}}{dx^2}=\underline{Z}'\underline{Y}'\underline{I}$$

Linearni diferencialni enačbi drugega reda lahko rešimo po klasični poti ali s pomočjo Laplaceove transformacije. Dobimo naslednjo rešitev:

$$\underline{U}(x)=\left(ch\sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'}x\right)\underline{U_2}+\left(\sqrt{\frac{\underline{Z}'}{\underline{Y}'}}sh\sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'}x\right)\underline{I_2}$$

$$\underline{I}(x)=\left(\sqrt{\frac{\underline{Y}'}{\underline{Z}'}}sh\sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'}x\right)\underline{U_2}+\left(ch\sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'}x\right)\underline{I_2}$$

Lahko definiramo konstanto širjenja

$$\underline{\gamma}=\sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'}=\alpha+j\beta$$

In karakteristično valovno upornost oziroma valovno impedanco.

$$\underline{Z_V}=\sqrt{\frac{\underline{Z}'}{\underline{Y}'}}$$

Rezultat lahko zapišemo tudi v obliki matrike.

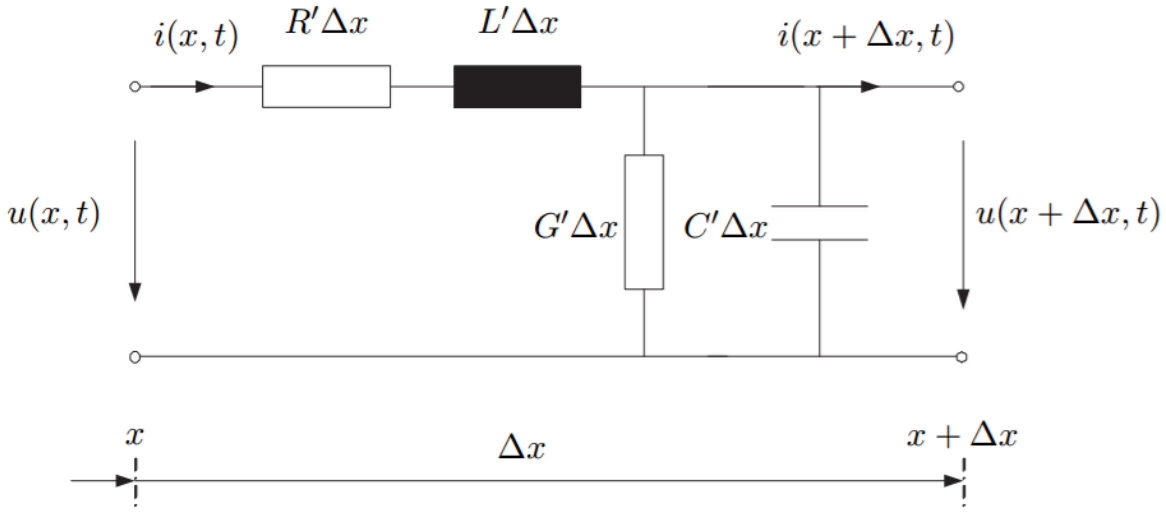
$$\begin{bmatrix}\underline{U_1}\\ \underline{I_1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ch(\underline{\gamma}l) & \underline{Z_V}sh(\underline{\gamma}l)\\ \underline{Y_V}sh(\underline{\gamma}l) & ch(\underline{\gamma}l)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U_2}\\ \underline{I_2}\end{bmatrix}$$

Telegrafska enačba

Pri modelu s porazdeljenimi parametri smo imeli samo odvisnost od prostora, tukaj pa imamo odvisnost od prostora in časa.

$$u = u(x,t)$$

$$i = i(x,t)$$



Slika 8: Nadomestna shema voda

Nadomestno vezje je podobno kot prej, le da razdelimo imitanci na dva dela. Ponovno nam tako vezje predstavlja infinitezimalno majhno dolžino voda in jih združimo v celoto. R nam predstavlja ohmsko upornost vodnika, kar se manifestira kot joulske izgube. L nam predstavlja magnetno polje, ki ga povzroča tok skozi vodnik in posledične lastne ter medsebojne induktivnosti. C nam predstavlja dozemne kapacitivnosti in G nam predstavlja izgube zaradi slabe izolacije vmesnega dielektrika.

Zapišemo Kirchhofovi enačbi za to vezje.

$$u(x+\Delta x,t) = u(x,t) - R'\Delta x \cdot i(x,t) - L'\Delta x \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

$$i(x+\Delta x,t) = i(x,t) - G'\Delta x \cdot u(x+\Delta x,t) - C'\Delta x \cdot \frac{\partial u(x+\Delta x,t)}{\partial t}$$

Preuredimo enačbi.

$$\frac{u(x+\Delta x,t) + u(x,t)}{\Delta x} = -R'\Delta x \cdot i(x,t) - L'\Delta x \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

$$\frac{i(x+\Delta x,t) - i(x,t)}{\Delta x} = -G'\Delta x \cdot u(x+\Delta x,t) - C'\Delta x \cdot \frac{\partial u(x+\Delta x,t)}{\partial t}$$

Leva stran nam v $lim\Delta x \to 0$ predstavlja odvod funkcije in zato lahko zapišemo.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -(R' + L'\frac{\partial}{\partial t})i$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -(G' + C'\frac{\partial}{\partial t})u$$

Vidimo, da lahko zgornji enačbi združimo in dobimo samo eno enačbo. V ta namen prvo enačbo odvajamo po premenljivki x in jo pomnožimo s C', drugo pa po spremenljivki t in jo pomnožimo z L', da se znebimo členov z mešanim parcialnim ulomkom. Enačbi seštejemo in eliminiramo eno od spremenljivk. Tako dobimo telegrafsko enačbo – parcialna diferencialna enačba drugega reda za napetost ali tok.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R'G'u + (R'C' + L'G')\frac{\partial u}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = R'G'i + (R'C' + L'G')\frac{\partial i}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

Vprašanja in naloga

Vprašanja

1. Kaj je kapacitivnost in kakšna je njena enota?

Kapacitivnost je snovno-geometrijska lastnost prostora, ki nam omogoča shranjevanje električne energije. Dobimo jo povsod, kjer imamo dva prevodna dela in lahko določimo napetost med njima. Je razmerje med med električnim nabojem in napetostjo med dvema prevodnima deloma. Enota za kapacitivnost je Farad $[F = \frac{As}{V}]$.

2. Ali zaščitni vodnik vpliva na kapacitivnost? Če da, kako?

Da, zaščitni vodnik vpliva na kapacitivnost. Vpliva samo na nično komponento kapacitivnosti, pozitivna in negativna komponenta ostaneta enaki kot brez zaščitnega vodnika.

3. Katere nadomestne sheme voda uporabljamo za izračun električnih parametrov voda in zakaj?

Uporabljamo impedančno shemo, Π model voda, T model voda, model s porazdeljenimi parametri, telegrafsko enačbo in druge modele. Pomembno je, da vemo, kakšno natančnost želimo v izračunih in kaj lahko zanemarimo v posameznih shemah. Pri krajših vodih lahko zanemarimo dozemno kapacitivnost, pri daljših pa tega ne moremo narediti.

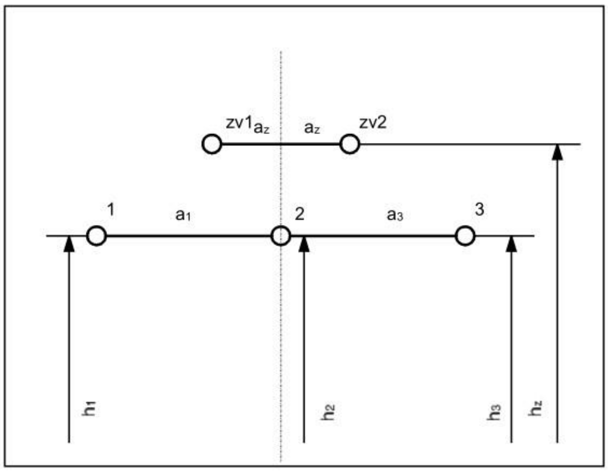
Naloga

Izračunajte direktno kapacitivnost in nično kapacitivnost daljnovoda napetosti 400 kV na trasi Divača – Melina z vodniki 2xAl/Fe 490/65 mm^2 in zaščitnima vodnikoma AlMg1/Fe 120/70 mm^2 dolžine 66,5 km!

Podatki:
a_1=10,2 m
a_2=0,0 m
a_3=10,2 m
a_z=6,2 m

h_1=25,0 m
h_2=25,0 m
h_3=25,0 m
h_z=32,3 m

f=16,0 m



REŠITEV

Direktna kapacitivnost C_1

$$C_1' = \frac{10^{-6}}{41{,}4 log(\frac{d_{sr}}{r_{ec}}\frac{H_L}{H_m})}$$

Izračunamo vse elemente, ki jih potrebujemo za izračun direktne kapacitivnosti.

$d_{sr} = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ca}} = 12{,}85\ m$ – srednja razdalja med vodniki

$H_L = \sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}} = \sqrt[3]{28{,}67m^3} = 28{,}67\ m$ – srednja geometrijska razdalja med faznimi vodniki in njihovimi preslikavami

$H_{aa} = H_{bb} = H_{cc} = 2h_a^f = 2(h_a - \frac{2}{3}f) = 2(25m - \frac{2}{3}16m) = 28{,}67\ m$ – potrebujemo reducirane višine, ker je prisoten poves, ki ga moramo upoštevati zaradi majhnih višin. Pri izračunu impedanc lahko to zanemarimo, ker upoštevamo Carsonovo razdaljo, ki je zelo velika. Zato ne pridelamo tako velike napake, da bi bila usodna.

$H_M = \sqrt[3]{H_{ab}H_{ac}H_{bc}} = \sqrt[3]{30{,}42m \cdot 35{,}179m \cdot 30{,}42m} = 31{,}93\ m$ – srednja geometrijska razdalja med faznimi vodniki in preslikavami drugih faznih vodnikov

$H_{ab} = H_{ac} = \sqrt{4h_a^f h_b^f + d_{ab}^2} = 30{,}42\ m$ – ponovno uporabimo reducirane višine

$$H_{ac} = \sqrt{4h_a^f h_c^f + d_{ac}^2} = \sqrt{4 \cdot 14{,}33 \cdot 14{,}33 + 20{,}4^2} = 35{,}179\ m$$

$$r_v = \frac{1{,}3\sqrt{A_{Al} + A_{Fe}}}{2} = 15{,}3\ mm$$

$r_{ec} = \sqrt{r_v d} = \sqrt{\frac{1{,}3\sqrt{490+65}}{2} \cdot 400} = 78{,}26\ mm$ – ekvivalentni radij vodnika za izračun kapacitivnosti

$$C_1' = \frac{10^{-6}}{41{,}4 log(\frac{d_{sr}}{r_{ec}}\frac{H_L}{H_m})} = 11{,}138\frac{nF}{km}$$

$$C_1 = C_1' l = 740{,}68\ nF = 0{,}74\ \mu F$$

Izračunajmo še nično kapacitivnost z upoštevanjem zaščitnih vodnikov

$$C_0' = \frac{10^{-6}}{41{,}4 \cdot 3(log(\frac{\sqrt[3]{H_M^2 H_L}}{\sqrt[3]{r_{ec}d_{sr}^2}}) - \frac{log^2(\frac{H_{zm}}{d_{zm}})}{log(\frac{H_z}{r_{ezc}})})} = 8{,}13\frac{nF}{km}$$

$H_{zm} = \sqrt[6]{H_{az1}H_{az2}H_{bz1}H_{bz2}H_{cz1}H_{cz2}} = \sqrt[6]{36{,}18 \cdot 39{,}523 \cdot 36{,}49 \cdot 36{,}49 \cdot 39{,}523 \cdot 36{,}18} = 37{,}37\ m$ – razdalja od zaščitnih vodnikov do faznih preslikav

$$H_{az1} = H_{cz2} = \sqrt{4h_z^f h_a^f + d_{az1}^2} = \sqrt{4 \cdot 21{,}63 \cdot 14{,}33 + 8{,}324^2} = 36{,}18\ m$$

$$H_{az2} = H_{cz1} = \sqrt{4h_z^f h_a^f + d_{az2}^2} = \sqrt{4 \cdot 21{,}63 \cdot 14{,}33 + 17{,}95^2} = 39{,}523\ m$$

$H_{bz1} = H_{bz2} = \sqrt{4h_z^f h_b^f + d_{az1}^2} = \sqrt{4 \cdot 21{,}63 \cdot 14{,}33 + 9{,}578^2} = 36{,}49\ m$

$d_{zm} = \sqrt[6]{d_{az1}d_{az2}d_{bz1}d_{bz2}d_{cz1}d_{cz2}} = \sqrt[6]{8{,}324^2 17{,}95^2 9{,}58^2} = 11{,}27\ m$ – srednja razdalja med faznimi vodniki in zaščitnimi vrvmi

$H_{z1} = H_{z2} = 2h_z^f = 2(h_z - \frac{2}{3}f) = 43{,}267\ m$ – reducirana razdalja zaščitnega vodnika do svoje preslikave

$H_z = \sqrt{H_{z1}H_{z2}} = 43{,}267\ m$ – srednja vrednost razdalj vseh zaščitnih vodnikov

$r_{ezc} = \sqrt{r_v d} = \sqrt{\frac{1{,}3\sqrt{120+70}}{2} 12400} = 333{,}316\ mm$ - ekvivalentni radij snopa zaščitnih vodnikov za izračun kapacitivnosti

$C_0 = 540\ nF = 0{,}54\ \mu F$

Viri

[1] I. Papič, P. Žunko; »Elektroenergetska tehnika I«, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana 2007

[2] Spletna stran Wikipedia, Dosegljivo: https://sl.wikipedia.org/wiki/Telegrafski_ena%C4%8Dbi [Dostopano: 15. 3. 2017]

[3] G. Andersson, »Electric Power Systems«, ETH Zürich, Zürich 2009

[4] Spletna stran, Dosegljivo: http://zakii.la.coocan.jp/tline_e/14_microstripline_z0.htm [Dostopano: 15. 3. 2017]