Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

SIMETRIČNE KOMPONENTE

Seminarska naloga pri predmetu Razdelilna in industrijska omrežja

Podiplomski magistrski študij elektrotehnike, smer energetika

Avtor: Andrej Levičnik, dipl. inž. el.

Mentor: prof.dr. Grega Bizjak, univ. dipl. inž. el.

Ljubljana, Marec 2017

1. UVOD

Trifazne veličine v praksi niso vedno simetrične, ker pogosto prihaja do nesimetrij v sistemu. Za obravnavo nesimetričnih vrednosti napetosti, tokov in impedanc, je potrebno originalni sistem pretvoriti v sistem komponent. Tokove, napetosti, impedance in moči z določenimi matematičnimi postopki pretvorimo v primernejšo obliko novega sistema komponent, kjer je izračun bolj enostaven in bolj pregleden. Dobljene rezultate pretvorimo v prvoten sistem, ki ga imenujemo tudi naravni sistem.

2. SISTEMI KOMPONENT

V uporabi so trije sistemi komponent. To so Simetrične komponente po C. L. Fortescue, diagonalne komponente po E. Clarke in dvoosne komponente po R. H. Park. Vsi sistemi komponent se uporabljajo pri stacionarnih potekih, diagonalne in dvoosne pa lahko obravnavajo tudi prehodne pojave. Dvoosne komponente se uporabljajo predvsem v obravnavi električnih strojev, kjer je potrebno posebej obravnavati vzbujalni sistem in sistem vrtilnega trifaznega sistema napetosti na statorju.

Za uporabo komponent se uvede fazor $\underline{V}$, stoječi kompleksni kazalec z efektivno vrednostjo. Uporabimo ga lahko kot tokovni in napetostni fazor.

3. SIMETRIČNE KOMPONENTE

Nesimetričen sistem z n kazalci lahko pretvorimo v n sistemov s simetrično razporeditvijo kazalcev. Ker v elektroenergetiki večinoma uporabljamo trifazne sisteme, so ti sistemi točno trije. Leta 1918 je omenjen sistem odkril in dokazal Fortescue. Za nesimetričen trifazni sistem vpeljemo tri simetrične kazalčne sisteme, ki predstavljajo simetrične komponente.

3.1 Določitev ničnega, direktnega in inverznega sistema

Simetrične komponente izračunamo, da naravni sistem veličin, recimo napetosti, pomnožimo s transformacijsko matriko [$\underline{S}$].

$$[\underline{U}_s] = [\underline{S}][\underline{U}_f]$$

$$[\underline{S}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{0L1} \\ \underline{U}_{1L1} \\ \underline{U}_{2L1} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix}$$

Konstanta $\underline{a}$ v transformacijski matriki predstavlja premik fazorja v smeri proti urinem kazalcu za 120°.

$$\underline{a} = e^{j120°} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\underline{a}^2 = e^{-j120°} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

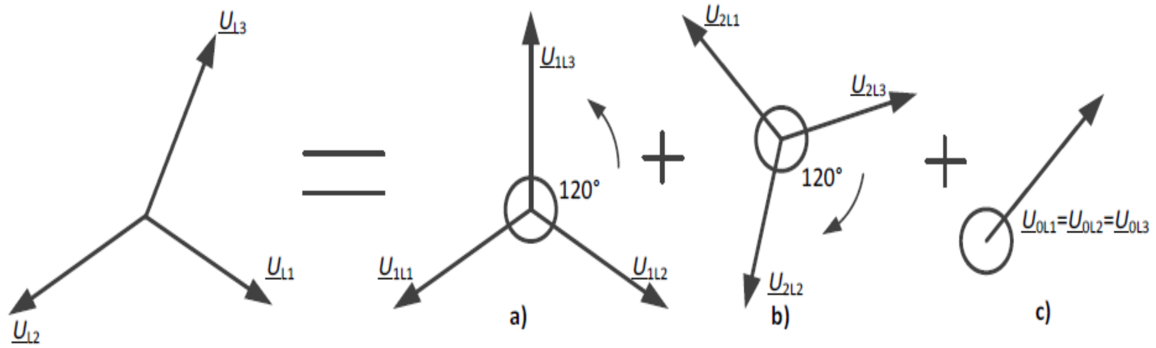
$\underline{U}_{0L1}$ je prva faza ničnega sistema

$\underline{U}_{1L1}$ je prva faza direktnega (pozitivnega) sistema

$\underline{U}_{2L1}$ je prva faza inverznega (negativnega) sistema

Poljuben nesimetričen sistem lahko zapišemo kot vsoto direktnega, inverznega in ničnega sistema.

Tak sistem prikazuje spodnja slika:



Slika 1: Grafični prikaz pretvorbe nesimetričnega sistema v simetrične komponente

a) pozitiven ali direkten sistem

b) negativen ali inverzni sistem

c) nični sistem

Povratno transformacijo iz sistema simetričnih komponent nazaj v sistem naravnih komponent lahko izvedemo s pomočjo povratne transformacijske matrike [$\underline{T}$], ki je transponirana transformacijska matrika [$\underline{S}$].

$$[\underline{U}_f] = [\underline{T}][\underline{U}_s]$$

$$[\underline{T}] = [\underline{S}]^{-1}$$

$$[\underline{T}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}$$

V kolikor je naravni sistem simetričen in ga pretvorimo v simetrične komponente, dobimo samo direktni sistem. Inverzni in nični sistem sta 0. V kolikor pa se simetrija povečuje, pa se direktni sistem zmanjšuje in se povečujeta inverzni in nični. Če je simetrija fazorjev že v osnovi na pogled majhna, potem lahko sklepamo, da bo direktni sistem precej večji kot inverzni in nični.

4. PRIMER IZRAČUNA

4.1 Podatki

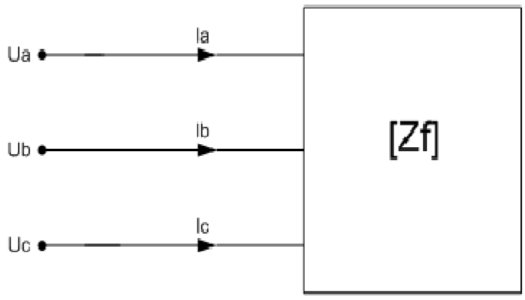
a) Grafično določi simetrične komponente napetosti za izbrano trifazno impedanco

b) Izračunaj matriko faznih tokov $[\underline{I}_f]$

c) Izračunaj simetrične komponente impedančne matrike $[\underline{Z}_s]$

d) Izračunaj simetrične komponente napetosti in toka $[\underline{I}_s]$, $[\underline{U}_s]$

e) Izračunaj diagonalne elemente napetosti in toka $[\underline{I}_d]$, $[\underline{U}_d]$



$$[Z_f] = \begin{bmatrix} Z_p Z_m Z_m \\ Z_m Z_p Z_m \\ Z_m Z_m Z_p \end{bmatrix}$$

Pri čemer je:

$\underline{Z}_p = (10 + j30)\Omega$ in $\underline{Z}_m = (5 + j20)\Omega$.

Na sponkah porabnika smo izmerili napetosti, ki jih zapišemo v vektorski obliki:

$$[\underline{U}_f] = \begin{bmatrix} 227 \cdot e^{j0°} \\ 260 \cdot e^{-j120°} \\ 295 \cdot e^{j115°} \end{bmatrix} V$$

4.2. Postopek do rešitve

a) Grafična določitev simetričnih komponent napetosti:

- ✓ Najprej je potrebno določiti transformacijsko matriko, da lahko naravni sistem nato pretvorimo v simetrične komponente.

$$[\underline{S}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} = e^{j120°} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\underline{a}^2 = e^{-j120°} = e^{j240°} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Naravni sistem pomnožimo s transformacijsko matriko in dobimo simetrične komponente:

$$[\underline{U}_s] = [\underline{S}][\underline{U}_f]$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{0L1} \\ \underline{U}_{1L1} \\ \underline{U}_{2L1} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix}$$

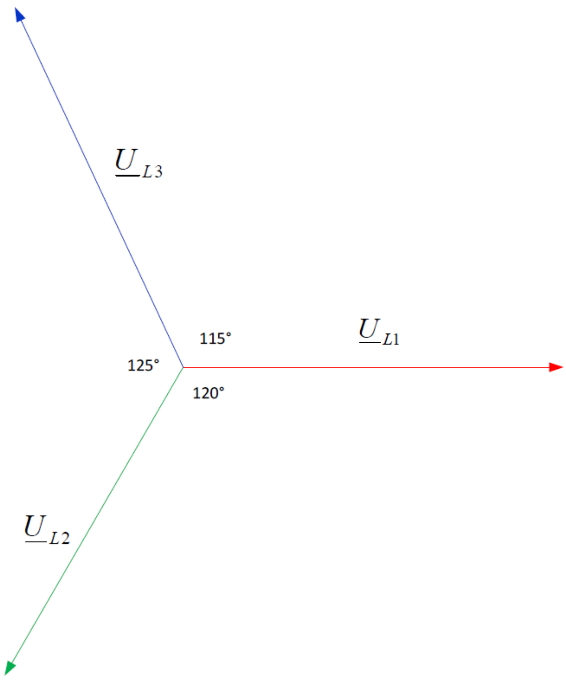
Zapišemo sistem treh enačb:

$$\underline{U}_{0L1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{L3})$$

$$\underline{U}_{1L1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + \underline{a}\ \underline{U}_{L2} + \underline{a}^2\underline{U}_{L3})$$

$$\underline{U}_{2L1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + \underline{a}^2\ \underline{U}_{L2} + \underline{a}\ \underline{U}_{L3})$$

- ✓ Izris vektorjev v naravnem sistemu:



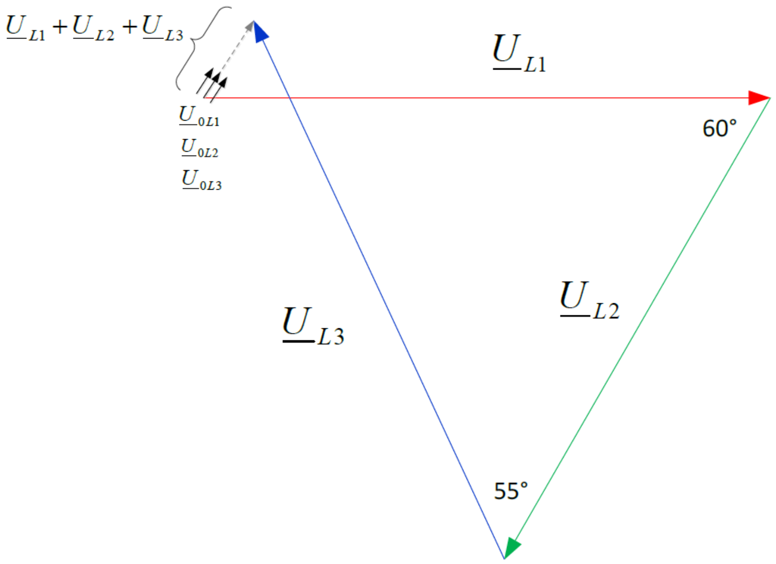
Slika 2: Vektorji napetosti v naravnem sistemu

- ✓ Izris ničnega sistema.

  Uporabimo enačbo:

$$\underline{U}_{0L1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{L3})$$

Prvi korak je risanje vektorja $\underline{U}_{L1}$, nato mu vektorsko prištejemo tudi napetosti $\underline{U}_{L2}$ in $\underline{U}_{L3}$. Vsoto teh treh vektorjev napetosti pomnožimo z $\frac{1}{3}$. Dobili smo vektor ničnega sistema $\underline{U}_{0L1}$. Torej je vektor, ki povezuje začetek $\underline{U}_{L1}$ s koncem $\underline{U}_{L3}$ dejansko seštevek vseh treh vektorjev ničnega simetričnega sistema$\underline{U}_{0L1}$. Vsi trije vektorji ničnega sistema napetosti so v fazi.



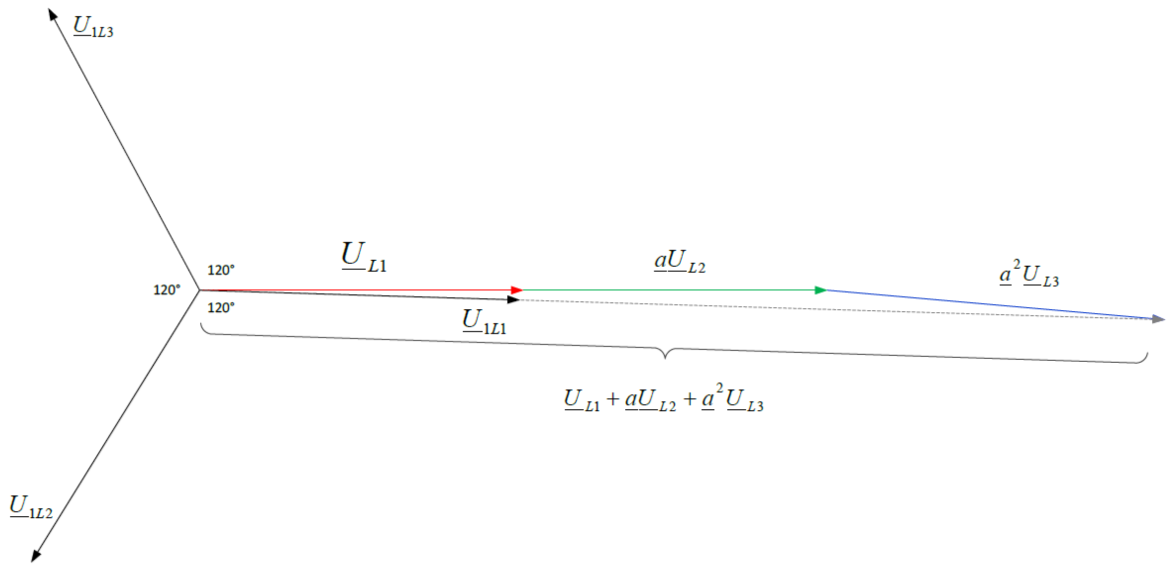
Slika 3: Grafična določitev ničnega sistema

- ✓ Izris pozitivnega sistema:

  Za izris direktnega ali pozitivnega sistema potrebujemo enačbo:

$$\underline{U}_{1L1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + \underline{a}\ \underline{U}_{L2} + \underline{a}^2\underline{U}_{L3})$$

Podobno kot pri risanju ničnega sistema, tu seštejemo vektorje $\underline{U}_{L1}$, $\underline{U}_{L2}$ in $\underline{U}_{L3}$, s tem da jih pred risanjem ustrezno zavrtimo za 120° glede na vrednost $\underline{a}$ ali $\underline{a}^2$.



Slika 4: Grafična določitev pozitivnega (direktnega) sistema

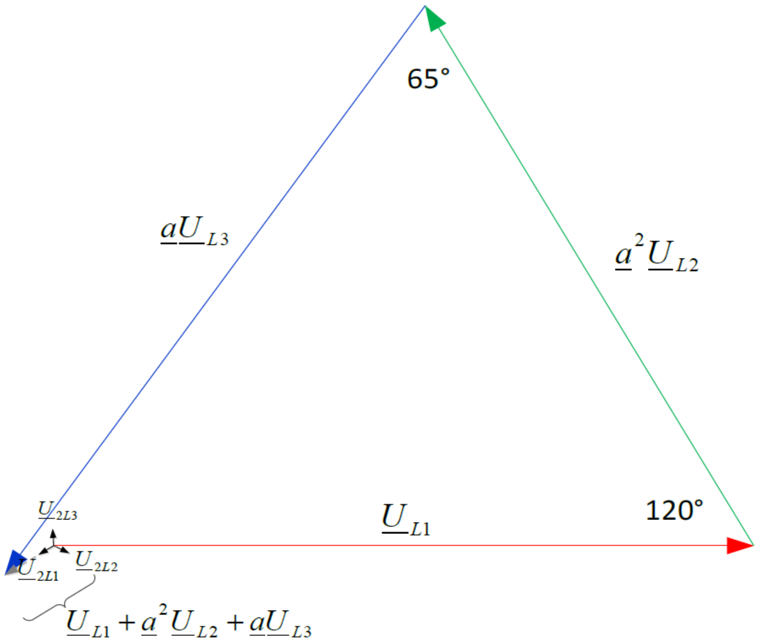
- Izris negativnega ali inverznega sistema:

  Uporabimo enačbo:

$$\underline{U}_{2L1} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + \underline{a}^2\,\underline{U}_{L2} + \underline{a}\,\underline{U}_{L3})$$

  Vektorje narišemo enako kot pri direktnem sistemu, vendar moramo paziti na vrtenje v obratni smeri za 120°.

  Zaradi boljše preglednosti, slike niso v enakem merilu.



Slika 5: Grafična določitev negativnega sistema

b) Izračunaj matriko faznih tokov $[\underline{I}_f]$

Uporabimo enačbo:

$$[\underline{U}_f] = [\underline{Z}_f][\underline{I}_f]$$

Pri čemer imamo podano matriko impedanc in napetosti:

$$[\underline{Z}_f] = \begin{bmatrix} 10+j30 & 5+j20 & 5+j20 \\ 5+j20 & 10+j30 & 5+j20 \\ 5+j20 & 5+j20 & 10+j30 \end{bmatrix} \Omega$$

$$[\underline{U}_f] = \begin{bmatrix} 227 \cdot e^{j0°} \\ 260 \cdot e^{-j120°} \\ 295 \cdot e^{j115°} \end{bmatrix} V$$

Za izračun vektorja tokov, moramo enačbo obrniti, torej pomnožiti z inverzno impedančno matriko:

$$[\underline{I}_f] = [\underline{Z}_f]^{-1} [\underline{U}_f]$$

$$[\underline{I}_f] = \begin{bmatrix} 5+j20 & 5+j20 & 10+j30 \\ 5+j20 & 10+j30 & 5+j20 \\ 10+j30 & 5+j20 & 5+j20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 227 \cdot e^{j0°} \\ 260 \cdot e^{-j120°} \\ 295 \cdot e^{j115°} \end{bmatrix}$$

$$[\underline{I}_f] = \begin{bmatrix} 5+j20 & 5+j20 & 10+j30 \\ 5+j20 & 10+j30 & 5+j20 \\ 10+j30 & 5+j20 & 5+j20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 227 \\ -130-j225{,}17 \\ -124+j267{,}36 \end{bmatrix}$$

$$[\underline{I}_f] = \begin{bmatrix} 9{,}87-j22{,}17 \\ -24{,}42+j1{,}38 \\ 15{,}19+j20{,}66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24{,}27 \cdot e^{-j66{,}0°} \\ 24{,}46 \cdot e^{j176{,}76°} \\ 25{,}64 \cdot e^{j53{,}66°} \end{bmatrix} A$$

<u>c) Izračunaj simetrične komponente impedančne matrike $[\underline{Z}_s]$:</u>

Izpeljava enačbe za izračun simetričnih komponent impedančne matrike:

$$[\underline{U}_f] = [\underline{Z}_f][\underline{I}_f]$$

Zapis v obliki simetričnih komponent:

$$[\underline{U}_s] = [\underline{Z}_s][\underline{I}_s]$$

Povratna transformacija iz sistema simetričnih komponent v sistem naravnih komponent:

$$[\underline{U}_f] = [\underline{T}][\underline{U}_s]$$

$$[\underline{I}_f] = [\underline{T}][\underline{U}_s]$$

pri čemer je $[\underline{T}]$ povratna transformacijska matrika ali inverzna matrika matriki $[\underline{S}]$:

$$[\underline{T}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} = [\underline{S}]^{-1}$$

Pri povratni transformacijski matriki moramo biti pozorni, saj ne smemo množiti z $\frac{1}{3}$.

Izračunamo:

$$[\underline{U}_f] = [\underline{Z}_f][\underline{I}_f]$$

$$[\underline{T}][\underline{U}_s] = [\underline{Z}_f][\underline{T}][\underline{I}_s]$$

izraz pomnožimo s $[\underline{T}]^{-1}$ in dobimo:

$$[\underline{U}_s] = [\underline{T}]^{-1}[\underline{Z}_f][\underline{T}][\underline{I}_s]$$

Če namesto izraza $[\underline{T}]^{-1}[\underline{Z}_f][\underline{T}]$ zapišemo $[\underline{Z}_s]$, dobimo izraz $[\underline{U}_s] = [\underline{Z}_s][\underline{I}_s]$. Namesto $[\underline{T}]^{-1}$ zapišemo še $[\underline{S}]$. S tem dobimo enačbo za izračun simetričnih komponent impedančne matrike $[\underline{Z}_s]$:

$$[\underline{Z}_s] = [\underline{S}][\underline{Z}_f][\underline{T}]$$

Izraz$[\underline{Z}_s]$ ima standardno obliko, ki je:

$$[\underline{Z}_s] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_p + 2\underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_p - \underline{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_p - \underline{Z}_m \end{bmatrix}$$

Izven diagonalni členi so vedno nič, drugi in tretji člen v diagonali pa sta enaka.

Vstavimo podatke in izračunamo $[\underline{Z}_s]$:

$$[\underline{Z}_s] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{Z}_p & \underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_p & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_m & \underline{Z}_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 + j70 & 0 & 0 \\ 0 & 5 + j10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 + j10 \end{bmatrix}$$

Rešitev preverimo s tem, da preverimo ali so vsi izven diagonalni členi enaki nič. Prav tako morata biti drugi in tretji člen v diagonali enaka.

<u>d) Izračunaj simetrične komponente napetosti in toka $[\underline{I}_s]$, $[\underline{U}_s]$</u>

Simetrične komponente napetosti in toka dobimo tako, da fazne napetosti in tokove pomnožimo s transformacijsko matriko $[\underline{S}]$:

$$[\underline{U}_s] = [\underline{S}][\underline{U}_f] = \begin{bmatrix} 7{,}44 + j14{,}06 \\ 276{,}96 - j8{,}57 \\ -7{,}4 - j5{,}49 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15{,}91 \cdot e^{j62{,}11°} \\ 277{,}09 \cdot e^{-j1{,}77°} \\ 9{,}22 \cdot e^{-j143{,}41°} \end{bmatrix} V$$

$$[\underline{I}_s] = [\underline{S}][\underline{I}_f] = \begin{bmatrix} 0{,}21 - j0{,}05 \\ 10{,}39 - j22{,}5 \\ -0{,}74 + j0{,}37 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}22 \cdot e^{-j11{,}94°} \\ 24{,}78 \cdot e^{-j65{,}21°} \\ 0{,}82 \cdot e^{j153{,}15°} \end{bmatrix} V$$

e) Izračunaj diagonalne elemente napetosti in toka $[\underline{I}_d], [\underline{U}_d]$:

Diagonalne komponente napetosti in toka dobimo tako, da fazne napetosti in tokove pomnožimo s transformacijsko matriko $[\underline{K}]$, pri čemer velja:

$$[\underline{K}] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

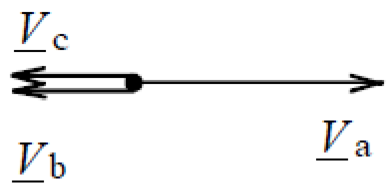
$$[\underline{U}_d] = [\underline{K}][\underline{U}_f] = \begin{bmatrix} 7{,}44 + j14{,}06 \\ 269{,}56 - j14{,}06 \\ -3{,}08 - j284{,}36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15{,}91 \cdot e^{j62{,}11°} \\ 269{,}92 \cdot e^{-j2{,}99°} \\ 284{,}38 \cdot e^{-j90{,}62°} \end{bmatrix} V$$

$$[\underline{I}_d] = [\underline{K}][\underline{I}_f] = \begin{bmatrix} 0{,}21 - j0{,}05 \\ 9{,}66 - j22{,}13 \\ -22{,}87 - j11{,}13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}22 \cdot e^{-j11{,}94°} \\ 24{,}14 \cdot e^{-j66{,}42°} \\ 25{,}44 \cdot e^{-j154{,}05°} \end{bmatrix} V$$

5. DOMAČA NALOGA

Grafično določi simetrične komponente podanega trifaznega sistema in zapišite matriko za izračun, ter pripadajoče enačbe.

Trifazni sistem: Fazorja $\underline{V}_b$ in $\underline{V}_c$ sta polovico manjša in nasprotna fazorju $\underline{V}_a$, kot kaže spodnji kazalčni diagram:



6. ZAKLJUČEK

Pri obravnavi trifaznega sistema in morebitnih nesimetrij v njem, lahko z dokaj preprosto in nadvse pregledno metodo poenostavimo računanje in razumevanje na način simetričnih komponent. To je eno od matematičnih orodij, ki nam pomaga obravnavati nesimetrije. Dobljen rezultat s simetričnimi komponentami enostavno pretvorimo nazaj v naravni sistem. Bolj kot je sistem nesimetričen, težje ga je obravnavati, bolj nepogrešljive so simetrične komponente. Tipičen primer v energetiki so kratki stiki v omrežjih. Med drugim lahko uporabljamo tudi druge matematične metode, kot so diagonalne ali dvoosne komponente, ki nam pridejo prav predvsem med prehodnimi pojavi in pri obravnavi električnih strojev.

V primeru, da je naravni sistem simetričen in ga kljub temu pretvorimo v simetrične komponente, dobimo direktni sistem identičen naravnemu, inverzni, ter nični pa sta enaka nič. S povečevanjem nesimetrije naravnega sistema, se zmanjšuje direktni sistem, inverzni in nični pa se povečujeta.

7. VIRI

1. Kolenc M., Blažič B. in Bizjak G., (2015). Elektroenergetska omrežja, skripta vaj. Ljubljana: Interno gradivo Fakultete za elektrotehniko Univerze v Ljubljani

2. Papič I., Žunko P., (2009). Elektroenergetska tehnika 1, Ljubljana: Fakulteta za elektrotehniko